Правительство Российской Федерации

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение

высшего профессионального образования

«Национальный исследовательский университет   
«Высшая школа экономики»

Факультет Мировой Экономики и мировой политики

Кафедрамеждународных валютно-финансовых отношений

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

На тему «Сравнение унитарных операторов при внутридневном прогнозировании валютного рынка»

Студентка группы № 463

Мухоряпова Елена Андреевна

Руководитель ВКР

Евстигнеев Владимир Рубенович

доктор наук

заведующий кафедрой

международных валютно-финансовых отношений

Москва, 2013 г.

Оглавление

[Введение. 3](#_Toc356831754)

[Глава 1. 5](#_Toc356831755)

[1.1. Характеристика валютной пары евро-доллар. 5](#_Toc356831756)

[1.2. Унитарные операторы 8](#_Toc356831757)

[Глава 2 9](#_Toc356831758)

[2.1. Оператор Хаузхолдера. 9](#_Toc356831759)

[2.2. Применение метода Хаузхолдера. 10](#_Toc356831760)

[2.3. Метод главных компонент. 12](#_Toc356831761)

[Глава 3. 17](#_Toc356831762)

[3.1. Переход к непрерывному процессу. Получение функции плотности вероятности через задачу вариационного вычисления. 17](#_Toc356831763)

[3.2. Оценка параметров распределения и построение оператора Нюстрома. 19](#_Toc356831764)

[3.3. Эффект обращения средней. 22](#_Toc356831765)

[Заключение 26](#_Toc356831766)

[Список литературы 29](#_Toc356831767)

[Приложения 31](#_Toc356831768)

# 

# Введение.

Данная дипломная работа посвящена анализу внутридневных котировок валютной пары евродоллар и их последующему прогнозу, с использованием различных унитарных операторов, а именно при помощи матрицы Хаузхолдера, метода главных компонент и матрицы Нюстрома. В работе предполагается построить три модели, с помощью этих трех операторов, посмотреть какая из моделей дает более точный прогноз и интерпретировать данный результат. Построение этих моделей предполагает, что мы подробно изучим на практике такой раздел математики как унитарные операторы и покажем, что данные математические модели наилучшим образом подходят для формализации субъективных прогнозов цен на рынке Форекс, что позволит нам смоделировать оптимальную торговую стратегию.

Актуальность и целесообразность темы обуславливается довольно интересным и, по сути, простым явлением. В случае если мы хотим сделать наш прогноз на момент периода t, который достаточно удален от момента времени, в котором мы сейчас находимся, мы сталкиваемся с проблемой большой неопределенности. То есть с увеличением дистанции прогнозирования неопределенность возрастает. В физике данное явление описывается уравнением Фоккера Планка, так же носящем название уравнения теплопроводности. По мере увеличения горизонта для прогнозирования, мы наблюдаем такое интересное явления как расплывание функции плотности вероятности, происходит это в связи с возрастающей неопределённостью прогноза поэтому функция плотности вероятности ценового процесса стремится к виду равномерного распределения, однако исходя из практики, мы знаем, что это совсем не так (см приложение 2). Так же, несмотря на то, что процессы ценообразования, происходящие на рынке значительно изменяют свою конфигурацию, их норма сохраняется прежней. Отсюда и вытекает задача наша исследования, построить такой оператор, который воздействуя на исходные данные, сохранял их норму. Именно таковыми и являются унитарные операторы.

Таким образом, данная гипотеза будет во главе всей нашей работы. Субъективное представление о значении валютных курсов во времени изменяют свою конфигурацию, но не изменяют свою норму.

В нашем исследовании будут браться различные массивы данных, однако основные расчеты будут произведены по базе пятиминутных котировок валютной пары евро доллар.

Структура работы выстроена следующим образом. В первой главе мы рассмотрим особенности внутридневной торговли. Выделим ее специфику и попытаемся обосновать, почему целесообразно воспользоваться техническим анализом для внутридневной торговли на рынке форекс. Далее мы приведем характеристику валютный пары евродоллар, расскажем об основных опасностях и выгодах торговли с использованием этой валютной пары. Так же выделяются некоторые показатели, которые могут представлять интерес при применении фундаментального анализа. Этот анализ был проведен на основе статей представленных в списке литературы.

Во второй части нашей работы будем описан математический аппарат, который использовался для прогнозирования. Сначала мы рассмотрим принцип работы унитарных оператор на самом простейшем из всех возможных, операторе Хаузхолдера, далее будет рассказано о методе главных компонент как способе очистки данных от шумов и наконец, третья и самая интересная глава будет об использовании матрицы Нюстрома как ядра интегрального преобразования функции плотности вероятности.

Завершим мы наше исследование оценкой трех портфелей построенных на основании трех вышеупомянутых моделей, и оценим эффективность каждой из них в терминах доходности. Все выводы и результаты получены с использованием построенной модели в Mathcad.

# Глава 1.

## Характеристика валютной пары евро-доллар.

Доллар и Евро – наиболее популярные валюты, составляющие основу торгового объема на валютном рынке. Пара EUR/USD – наиболее активно торгуемая и ликвидная из всех валютных пар.

Можно выделить некоторые особенности торговли валютной парой Евро/Доллар. Среди преимуществ это:

• высокая ликвидность (высоких спрос хотя бы на одну из двух валют в паре)

• высокая волатильность обеспечивает прибыль краткосрочных сделок;

• относительно небольшой спрэд - разница между ценой покупки (bid) и ценой продажи (ask);

• котировки EUR/USD являются показательными, например, для рынка Форекс в целом.

• большое количество информации об экономической обстановке в США и Европе. Актуальные выходящие экономические новости помогают анализировать дальнейшее изменение цен на валюты в режиме реального времени, предсказывают движение графика валютной пары (вниз или вверх). Сразу после выхода очередной новости можно заметить, как график валютной пары EUR/USD движется в том или ином направлении.

Перспектива сделок (продажа, либо покупка) зависит от экономической картины в странах данных валют – США и Еврозоны. Например, показатели изменения уровня безработицы и инфляции, снижение ВВП и т.д. При этом самым важным изменением в мире финансов будет изменение учетной ставки Европейского Банка и ставки ФРС, то есть, уровень процента, который взимается за межбанковские кредиты.

Любые устные заявления наиболее авторитетных в мире политики и финансов личностей, влияют на стоимость Евро и Доллара, создавая идеальные предпосылки для краткосрочных сделок. Будь то прогнозы потребительских цен, намеки на изменение политики и т.д. Больше всего игроки рынка Форекс обращают внимание на заявления глав ФРС (Федеральный Резервный Фонд) и Европейского Центрального Банка.

Особенности торговли EUR/USD:

1. Поведение EUR/USD довольно непредсказуемо и скачкообразно. Желательно ловить разворотные (конечные) точки тенденций понижения или повышения. Если тенденция меняется с восходящей на нисходящую, то нужно продавать (sell), а если с нисходящей на восходящую, то покупать (buy).

2. При снижении курса американского доллара, Евро будет укрепляться, и наоборот. Дополнительное руководство трейдера о покупке или продаже – это технические индикаторы и показатели фондового рынка, например: индекс NASDAQ, S&P500 и Dow Jones, а также показатели, определяющие движение цен на акции самых крупных корпораций.

3. Цена USD и цена на нефть очень сильно взаимосвязаны (обратная корреляция). При росте цены на нефть доллар падает, а при снижении цены нефти, доллар растет. Иными словами, доллар стремится вслед за нефтью, но в обратном направлении.

Если сравнить два графика: EUR/USD и цен на нефть, то можно заметить, что первый график словно повторяет второй, только с небольшим запозданием.

Пары-союзники.

При анализе цен на валюту могут использоваться показатели взаимосвязанных пар – как прямо пропорциональных, так и обратно пропорциональных друг другу. Это, так называемый, метод использования пар-союзников. Рассмотрим следующие пары союзники для валютной пары EUR/USD:

1. EUR/GBP, EUR/CHF, EUR/JPY

Как правило, движение валютной пары EUR/USD обратно пропорционально движению этих валютных пар. То есть, их рост провоцирует снижение EUR/USD. И хотя рост или падение EUR/USD будет немного запаздывать, но закономерные взаимосвязи EUR/USD с парами Евро/Фунт, Евро/Франк и Евро/Йена всё же существуют;

2. GВР/USD, USD/СНF

Котировка EUR/USD прямо пропорциональна паре фунт/доллар и обратно пропорциональна паре доллар/франк. Когда график доллар/франк растет, пара ЕUR/USD снижается, но если при этом фунт/доллар повышается, то и пара ЕUR/USD тоже может значительно вырасти.

Пара является обратно пропорциональной, а колебания ее графика намного шире размаха EUR/USD. При этом пара USD/CHF намного больше зависит от экономики Соединенных Штатов, чем от экономики Швейцарии. Снижение доллара относительно франка провоцирует рост пары EUR/USD.EUR/USD (Евро-Доллар)

Одним из вопросов данной работы так же является вопрос о том насколько глубоко нужно погружаться в то самое прошлое для прогноза на супер коротких дистанциях (внутридневная торговля)

## Унитарные операторы

Линейный оператор U из L(V, V) называется унитарным, если для любых элементов х и у из V справедливо соотношение

В дальнейшем это соотношение мы будем называть условием унитарности оператора.  Из данного условия следует, что для любого унитарного оператора U справедливо равенство

.   
Если λ — собственное значение унитарного оператора U, то |λ| = Действительно, если λ — собственное значение U, то существует такой элемент е, что ||е|| = 1 и Ue = λе. Отсюда и из замечания 1 следуют соотношения |λ| = ||λе|| = ||Ue|| = ||е|| = 1.

Для того чтобы линейный оператор U, действующий в евклидовом пространстве V, был унитарным, необходимо и достаточно, чтобы было выполнено соотношение

Так же условие унитарности оператора U эквивалентно условию

В нашем исследовании данный тип операторов нас интересует исключительно аз-за их способности сохранять норму, потому как мы уже отмечали выше, наше исходное предположение гласит, что субъективные прогнозы валютного курса не обладают свойством «расплывания» во времени.

# Глава 2

## 2.1. Оператор Хаузхолдера.

Итак, начинаем наше исследование с построение довольно простой, но, тем не менее все равно дающей свои результаты модели, основанной на преобразовании Хаузхолдера. По своей сути матрица Хаузхолдера является линейным оператором, который сохраняет унитарность векторов, при этом мы считаем что у нас нет никаких априорных данных. То есть мы считаем, что процесс ценообразования одномерен и представляет собой просто вектор доходности.

Преобразование Хаузхолдера осуществляется с использованием матрицы Хаузхолдера, имеющей вид

Где v - произвольный вектор столбец, E –единичная матрица, квадратная матрица того же размера. Легко убедиться, что любая матрица такого вида является симметричной и ортогональной. При этом произвол в выборе векторе v дает возможность построить матрицу, отвечающую некоторым дополнительным требованиям.

Рассмотрим случай, когда необходимо обратить в ноль все элементы какого либо вектора кроме первого, то есть построить матрицу Хаузхолдера такую что:

Тогда вектор v определиться следующим образом

Здесь

## 2.2. Применение метода Хаузхолдера.

Входные данные в модель представляют собой пятиминутные котировки. Для работы с ними нужно взять первую разность логарифмов котировок, так как это, во-первых позволяет перейти к непрерывному процессу, к которому можно применять математический аппарат, а во вторых наиболее объективно отражает способ реакции человека на прирост цены.

На начальном этапе анализа имеем данные курса валютной пары EUR/USD за каждые 5 минут, всего 1000 значений пятиминуток с 26.08.2010.по 31.08.2010

Нам же предстоит работать с доходностью, поэтому нужно преобразовать данные в вектор доходности, где каждое значение определяется как:

После чего нам необходимо определиться с размером (L) скользящего окна, однако оценить необходимый размер окна нам позволит только оценка нашего портфеля, поэтому зададим матрицу Хаузхолдера так, как уже описали это раньше



Где

E – единичная матрица размерностью (L),

vt - скользящий вектор доходности, размерностью Lx1

(Надо отметить, что для данного алгоритма оптимаьное количество L равняется 2)

При этом модель дает сравнительно неплохой результат, по нашему субъективному предположению это может быть объяснено тем, что простому оператору нужен небольшой массив ретроспективных данных, для формирования прогноза.

На следующем этапе записываем наше торговое правило



Оно основано на сравнение средней прогнозных цен и средней «сырого» вектора.

Собственно оно нам говорит, вставай в длинную позицию, если наше субъективное ожидание предвещает рост рынка и вставай в короткую позицию иначе.

Это стандартное торговое правило, однако оно показывает не очень хорошие результаты, поэтому мы методом проб и ошибок подобрали более его модифицированную версию



В оно гласит, покупай, если мы ожидали10 минут назад более высокую доходность, чем та, что была пять минут назад.

Итоговый выигрыш портфеля составил W=0.033. Динамику портфеля мы можем наблюдать на представленном ниже графике.



Рисунок Динамика портфеля на основе оператора Хаузхолдера

## 2.3. Метод главных компонент.

Применение данного метода обуславливается наличием помех и шумов на рынке, устранение которых является одной из важнейших задач любого трейдера. Так как достоверный прогноз может быть построен только при фильтрации исходных данных и использовании только действительно несущей информации для построения своих предположений относительно ценовых колебаний. Для того чтобы использовать математический аппарат первая предпосылка, это наличие у рынка «памяти». То есть можно сделать прогноз о будущем движении цены, базируясь на данных из прошлого. Под памятью рынка понимается глубина ретроспективных данных, которые влияют на текущий курс.

В нашем прошлом исследовании мы уже сделали вывод о том, какое именно количество ретроспективных данных стоит брать для данного метода. Для прогноза помощью метода главных компонент нам необходим скользящий час, то есть размерность vt составит 12x1

Для начала составляем ковариационную матрицу Rk  размерностью 12х12, таким образом, смотрим на корреляцию данных внутри часа.

Потом находим ее собственные вектора данной матрицы



Задачу проецирования вектора в новое пространство, теперь можно записать в расширенной форме

Здесь представляет собой проекции вектора на направления заданные базисом из единичных векторов . Эти проекции и являются, по сути, главными компонентами, логично, что их количество соответствует размерности вектора (12x1).

Для того чтобы восстановить вектор данных из его проекций , нужно сначала объединить множество проекций в единый вектор

После этого обе часть уравнения умножаются на Q, и конечная формула для реконструкции будет вида:

Очевидно, (но на всякий случай, это было еще раз проверено), что если использовать все 12 главных компонент для восстановления, то мы получим точь в точь такой же вектор данных, что и был первоначально. Но мы- то хотим не этого! Наша задача состоит как раз в том, чтобы получить другой, «чистый» от шума вектор. Итак, перейдем к этапу сокращения размерности.

Возьмем несколько первых λ: , несущих на себе наибольшую нагрузку (имеющие большие дисперсии), и используем для восстановления только их, тем самым аппроксимируя разложение после n-ого слагаемого. [[1]](#footnote-2)

Линейная проекция из (отражение данных в пространство признаков) представляет собой шифратор, а обратная процедура (отображения пространства признаков в пространство данных) называется дешифратором[[2]](#footnote-3)

Вид схемы это можно представить как:

Устройство кодирования

A B C

1. *Входной вектор данных*
2. *Устройство кодирования*
3. *Вектор главных компонент*

Устройство декодирования

A B C

1. *Вектор главных компонент*
2. *Декодер*
3. *Восстановленный вектор данных*

Итак, суммируя все вышеизложенное. Мы взяли некий скользящий вектор нашли его ортогональные проекции наибольшим рассеянием в новом пространстве и потом восстановили его, используя меньшее количество проекций. В итоге мы получили очищенный от шумовой информации вектор

Однако нельзя предположить, что на всем временном промежутке эффективно использовать одно и то же количество компонент для восстановления. Ведь ситуация на рынке не является стационарной. То, что в одном случае может быть шумом, в другом будет нести важный сигнал о состоянии рынка.

Движение цены, которое может быть интерпретировано как сигнал в спокойное время, может не нести никакой информации на «нервном» рынке. Таким образом, наша дальнейшая задача сводится к нахождению эффективного количества главных компонент для различных рыночных состояний.

Итак, предположим, что ситуация, в которой эффективнее пользоваться прогнозом с сильно сокращенной размерностью, воспринимается людьми как более простая. Т.е. мы можем отбросить большую часть информации, которую рынок нам представляет, отнеся ее к шуму, и сказать, что нужным нам сигнал содержится на 1-2 несущих осях.

В случае обратном, если пространство подвергается минимальному сокращению, будем считать ситуацию более сложной, т.е. любой сигнал рынка нам важен.

Так же обозначим ситуацию с высокой волатильностью как неспокойную или «нервную, ситуацию с низкой волатильностью назовем спокойной, продолжим наши дальнейшие рассуждения в этих терминах.

Конечно, на первый взгляд можно было бы предположить, что ситуация с высокой волатильностью более непредсказуема и тяжела для прогноза, то есть является сложной. С другой стороны, при низкой волатильности каждое отельное колебание будет более существенным.

Пускай, рынок разделен на два кармана, первый карман , второй , причем в таком случае в первый карман попадает 70% всех наблюдений, это значит, что рынок котировки валютной пары евро доллар чаще характеризуется низкой волатильностью, т.е. спокойным состоянием. (Разумеется, за рассмотренный период времени).

Строим два портфеля, значение первого пускай показывает доходность, спрогнозированную при условии: «чем больше волатильность, тем больше информации нам нужно (тем больше n)», второй портфель пускай будет построен по обратному принципу: «чем выше волатильность, тем меньше информации, (тем меньше n)»

Причем торговое правило устроение следующим образом



Оно говорит «покупай» если ожидаемая доходность пять минут назад была выше, чем сейчас и продавай в противном случае.

Выигрыш портфеля, второго портфеля больше выигрыша первого на 10% Оптимальное количество n составило 8 и 2 соответственно.

(Пользуясь предыдущими наработками можно сказать, что нас не интересует ситуация средней волатильности, и нам важно только определение рынка как нервного или спокойного.)

То, что 2 портфель дает лучший результат, это приводит нас к поистине интересному выводу: более нервный рынок лучше прогнозируется через большее упрощение рынка! В самом деле, если процесс спокоен, то некое возмущение в нем будет нести нам больший сигнал, чем возмущение того же размера, на нервном рынке, для которого оно является привычным.

Приведем динамику портфеля



Рисунок Динамика портфеля на базе PCA

Наш окончательный выигрыш у рынка составил 0,02

# Глава 3.

## 3.1. Переход к непрерывному процессу. Получение функции плотности вероятности через задачу вариационного вычисления.

Исходная функция плотности вероятности распределения ценового процесса  получена из задачи вариационного исчисления. Мы хотели получить функция чуть более интересную чем нормальное распределение, поэтому ввели еще один параметр η – параметр скоса.

Вообще выбор функции плотности вероятности это отдельная задача. В данном исследовании метод Нюстрома был опробован на трех типах функций, равномерном распределении, нормальном распределении после чего мы остановились на таком варианте фпв, так как, обладая тремя ненулевыми моментами, она позволяет нам оценить ценовой процесс более точно.

Приступим к получению данной функции через задачу вариационного исчисления.

Итак, сначала задаем функционал, то есть функцию от функции. 

Где

 - плотность вероятности случайного процесса или же первая производная распределения *y*

 - Подынтегральное выражение - основа статистической энтропии по Шеннону - информативность случайного процесса, по сути это и есть неопределенность.

Сколько параметров столько и ограничений, так как операторы линейные, то мы интегрируем данное выражение как сумму.

 - первый центральный момент, или математическое ожидание

 - второй центральный момент или дисперсия

 - третий центральный момент или скос

Решение задачи вариационного исчисления представляет собой некую функцию, которая обеспечивает минимальное значение определенного интеграла на области определения, поэтому от оригинала наша запись отличается отсутствием минуса перед .

Задаем уравнение Эйлера - Лагранжа. Под знаками производных находятся известные функциональные параметры

 первая производная функции распределения

 вторая производная функции распределения

Нам интересно найти первую производную, то есть нашу функцию плотности вероятности, а не функцию распределения y. Вот почему мы решаем уравнение в отношении дельты и уравнение получается первого порядка (а не второго, если бы искали y) В результате получается дифференциальное уравнение первого порядка для дельты



Его решение выглядит следующим образом:



Поэтому в конечном виде наше итоговое решение приобретает данный вид.

.

## 3.2. Оценка параметров распределения и построение оператора Нюстрома.

На следующем шаге нам необходимо оценить параметры данного распределения. Сделать это можно через метод максимального правдоподобия, оценив данное распределение на реальных данных.

Зададим предполагаемые значения для параметров как









Далее нам необходимо оценить данную функцию на скользящем векторе реальных данных, подставляем



Нужно чтобы площадь под кривой была равна единице, после чего мы максимизируем функцию по всем переменным.



Далее задаем некий вектор, такой что



Он представляет собой оцененные коэффициенты для функции плотности вероятности. На следующем шаге мы будем эти коэффициенты подставлять в функцию плотности вероятности. То есть пересчет идет для каждого из скользящих векторов. Надо отметить, что в данном случае мы взяли скользящее окно равное 6.

На следующем шаге нам необходимо рассчитать первых 11 моментов для оценки весовой функции.



Они нам потребуются для задания полиномов Гамбургера – Ганкеля. Что самое интересное, полиномы, полученные с использованием матрица Гамбургера Ганкеля, являются ортонормированными по построению, именно потому что весовая функции для них совпадает с функцией плотности вероятности.

Всего нам нужно шесть полиномов, можно конечно брать больше, но в данной работе мы считаем, что шесть полиномов вполне достаточно для точного представления функции.

Теперь мы имеем все необходимое для использования метода Нюстрома, метода при котором, имея систему ортонормированных функций, мы можем построить матричный оператор.



Однако нас не столько интересует сама матрица Нюстрома, сколько ее собственные вектора, ведь именно они и задействованы в конечном преобразовании нашего скользящего вектора доходности. Обозначим их через Pt Собственные векторы таких этого эрмитового оператора – дискретные приближения к собственным функциям эрмитовых ядер интегральных операторов – составляют унитарные линейные операторы, которые и обеспечивают эволюцию во времени срезов ценового процесса (точек во многомерном пространстве) при сохранении нормы.

Тогда преобразование нашего вектора будет происходить следующим образом.



Где vecnewt – прогнозируемый вектор доходности

vTt  - первоначальный вектор доходности

Pt - собственные вектора оператора Нюстрома.

Если строить стандартное торговое правило, то оно даёт нам крайне неутешительные результаты



Рисунок Динамика портфеля на основе оператора Нюстрома

Где Nt  это торговля с использованием оператора Нюстрома, а Mt представляет собой просто рост рынка.

Данный график показывает, что мы стабильно проигрываем рынку, в конце торговли наш портфель проиграл на 0.278 относительно рынка. Как мы видим, наш результат абсолютно противоположен тому, чего мы хотели получить мы, серьезно поигрываем у рынка, а именно значит ли это, что алгоритм не работает, или просто ожидания строятся не так, как мы предполагали изначально? На самом деле, здесь мы сталкиваемся с таким эффектом как обращение средней.

## 3.3. Эффект обращения средней.

Математически данный процесс описывается моделью Орнштайн-Уленбека (Ornstein–Uhlenbeck). Этот процесс используется для моделирования, как процентных ставок, так и курсов ценных бумаг и валют. В данном случае параметр Описание: \mu отвечает за математическое ожидание, Описание: \sigma это волатильность, спровоцированная шоками и Описание: \theta скорость, с которой от состояния шока переменная вновь возвращается к своему среднему.

Процесс Орнштейна-Уленбека представляет собой однородный по времени Марковский процесс диффузионного типа, гауссов кий процесс, который имеет ограниченную дисперсию и допускает нестационарные распределения вероятностей, в отличие от процесса Винеровского процесса, разница между ними заключается в направлении движения. Для винеровского процесса оно постоянно, в то время как в модели Орнштайн Уленбека оно зависит от текущего состояния процесса. Если текущее значение меньше среднего, то направление будет положительным и наоборот. Если текущее значение превышает долгосрочную среднюю, то направление будет отрицательным. То есть средняя выступает как точка равновесия для процесса, это и дало процессу его название – обращение средней. Дисперсия процесса задается как

Функция вероятности процесса задается уравнением Фоккера Планка

Стандартное решение предполагает  и  для упрощения и ξ  представимо как ,

Стационарное решение это предел с временем устремленным в бесконечность, со средней  µи дисперсией  . [[3]](#footnote-4)

Однако как это нам помогает улучшить наш результат? Все очень просто. Применительно к рынку данный процесс может быть объяснен следующим образом, мы предполагаем, что высокие и низкие цены на рынке есть понятие временное и с течением времени, цена будет стремиться к своему среднему значению. То есть в данном случае, когда по нашему субъективному представление о рынке средняя актива ниже, чем его реальная средняя, то это значит, что актив недооценен и нужно покупать, и наоборот, если мы считаем, что на самом деле средняя выше, значит актив переоценен и его надо продавать.

Значит, для улучшения нашего прогноза нужно просто поменять знаки в торговом правиле, теперь оно будет гласить «продавай» если средняя прогнозного вектора больше средней рыночного, причем наблюдаемой пять минут назад и наоборот.



На графике это выглядит как

Мы выигрываем у рынка на рассматриваемом промежутке в 2,422 раза, это действительно хороший результат, однако необходимо оценить насколько это превышение случайно, для этого можно построить доверительный интервал, для нашего торгового правила и оценить как часто рыночная цена на самом деле «выбивается» из него.



Где mean(TR)- средняя доходность портфеля за периода

stdev(TR) - среднее квадратичное отклонение доходности портфеля

rt - рыночная доходность

Теперь мы можем посчитать, сколько наблюдений выбилось из этого интервала, оказалось, что всего 51 наблюдение, это составляет 5,1% это очень близко к пяти процентному порогу, который мы задали изначально, так что мы можем сказать, что наше превышение над рынком не случайно и данная стратегия действительно работает. Это становится третьим подтверждением нашего предположения нашей гипотезы, о том, что субъективное восприятие рынка и прогнозы сохраняют свою норму во времени.

Для большей наглядности приведем небольшую обобщающую статистику по описанным выше моделям.

Таблица Сравнение эффективности унитарных операторов

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | D | F | WR | W |
| Хаузхолдер | 0,247 | 0,502 | 0,492 | 0,033 |
| PCA | 0,276 | 0,502 | 0,55 | 0,02 |
| Нюстром | 0,261 | 0,502 | 0,52 | 2,44 |

Где D – процент наблюдений, при котором наша доходность превышала рыночную

F – процент наблюдений, при которых рыночная цена была отрицательна

WR= D/F – процент наблюдений когда мы предсказали падение рынка.

W - доходность нашего портфеля на конец рассматриваемого периода.

Как мы видим не всегда самый сложный метод – наиболее результативный, так на данной выборке, простейший алгоритм Хаузхолдера оказался более результативным, нежели метод главных компонент. При этом метод Нюстрома, несомненно, дает наилучший результат из трех алгоритмов.

# Заключение

Итак, в нашей работе была поставлена гипотеза о том, что массовые ожидания или субъективные прогнозы участников рынка формируются таким образом, что для их формализации подходят унитарные операторы или операторы приближенные к ним. Для проверки мы построили три прогнозных модели с использованием трех операторов, каждый из которых обладает своей спецификой. После построения мы проверили, чтобы норма каждого оператора равнялась 1. По степени сложности прогнозирования (имеется в виду построение модели и учета параметров) их можно расположить так: матрица Хаузхолдера, Метод Главных компонент, оператор Нюстрома.

Мы решили, что если портфели, построенные с помощью данных операторов, помогут нам выиграть у рынка, то это будет означать, что наше предположение подтвердилось.

Во всех трех случаях наши модели показали опережение рынка, что говорит нам о том, что наша основная и самая важная гипотеза подтвердилась. Более того в приложении 2 построена гистограмма по прогнозам валютных курсов, предоставленных 50 крупными банками на период до 2016 года включительно. Как мы видим, субъективные прогнозы агентов действительно сохраняют свою норму во времени и функция плотности вероятности не сводится к равномерному виду.

Однако в ходе данного исследования был сделан еще целый ряд интересных наблюдений:

Во-первых, рыночный сигнал подвержен шуму, и для извлечения из него нужной информации нам могут потребоваться различный алгоритмы и фильтры, а данной работе это был метод главных компонент

Во-вторых, людям свойственно воспринимать рыночный сигнал по разному в зависимости от волатильности рынка. Так, например, более подвижный рынок воспринимается участниками рынка, как более простой для прогнозирования, в то время как более спокойный рынок рассматривается как более сложный для построение прогнозов.

В-третьих мы столкнулись с таким явлением как эффект обращения средней. То есть когда в случае превышения прогнозной цены над рыночной мы решаем, что актив переоценен и спешим его продать, в то время как если по нашим субъективным ощущениям цена ниже, рыночной, мы принимаем решение о покупке, потому как это говорит о недооцененности актива

В-четвертых, интересно отметить, для различных операторов, нам потребовался разный размер скользящего окна, хотя работали мы с абсолютно одинаковым массивом данных (опять же для «чистоты» эксперимента) Так для оператора Хаузхолдера потребовалось окно равное всего лишь двум значениям. По нашему субъективному мнению это говорит о том, что простой аппарат прогнозирования эффективен при построении прогноза в случае ограниченности и скудности информации о рынке.

В-пятых, мы опробовали разные варианты построения торгового правила. Например, когда сравниваются средние не один промежуток времени, а за разные, однако перебор как правило ограничивается переменными t, t-1, t-2. Это еще раз служит подтверждением, что вся необходимая нам информация о прогнозе содержится в не столь далеком прошлом.

В-шестых, мы перешли к прогнозированию в непрерывном пространстве, предположив, что у нас есть некая изначальная функция плотности вероятности ценового процесса. Перебрав несколько типов, мы остановились на функции плотности с тремя моментами, полученной из задачи вариационного исчисления.

Поработав с ней и применив к ней, оператор Нюстрома, сохраняющий норму во времени, мы получили фантастический результат, а именно: опережение рынка в 2.422 раза. Однако столь невероятный результат потребовал проверки, мы построили 95% доверительный интервал для нашего портфеля, и убедились в том, что наше превышение над рынком не является случайной величиной. Таким образом, унитарное преобразование эмпирических векторов значений доходности позволяет выстраивать высокоэффективные прогнозы ценового процесса на валютном рынке.

# Список литературы

1. Васильева А.Б., Тихонов Н.А., Интегральные уравнения. – 2-е изд., стереот. – М.:ФИЗМАТЛИТ, 2002г. – 160с.
2. Евстигнеев В.Р. Прогнозирование доходности на рынке акций, Маросейка, 2008. – 192с.
3. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1973
4. Хайкин С. Нейронные сети: полный курс.- 2¬e издание. : Пер. с анrл. ¬ М. Издательский дом "Вильямс", 2006. ¬ 1104 с.
5. Campbell J.Y., Lo A.W., MacKinlay A.C Financial Econometrics. - Princeton University Press, 1997. - 597c.
6. Cochrane J.H. Time Series for Macroeconomics and Finance,- Spring., 1997. - 125c.
7. Jolliffe I.T. Principal Component Analysis . - 2nd edition., Springer, 2002. - 519c.
8. Jonathan E., Ingersoll, Jr Theory of financial decision making . - Yale University Rowman & Littlefield publishers., 1987. - 449c.
9. Voit J. The StatisticalMechanics of Financial Markets. -3rd edition, Springer., 2005. - 385 c.

Периодические источники:

1. The Journal of Financial Research, - Vol. XXXI, No. 3,- Fall 2008, -247–270 p.
2. Yellott, J. I. Jr., «Spectral Consequences of Photoreceptor Sampling in the Rhesus Retina.» Science, том 221,- , 1983.- 382—385 с.

Интернет источники

1. Андреевская Т.М., РЭ, МГИЭМ, 2004 курс лекций «Основы радиоэлектроники и связи» <http://jstonline.narod.ru/rsw/rsw_d0/rsw_d0b0/rsw_d0b0b.htm>
2. Померанцев А. Метод Главных Компонент (PCA) Российское хемометрическое общество <http://www.chemometrics.ru/materials/textbooks/pca.htm>

# Приложения

Приложение 1



Приложение 2

1. Ход разложения по главным компонентам был изложен в соответствии с работами S. Haykin , I.T. Jolliffe

   (Источники в списке литературы) [↑](#footnote-ref-2)
2. Схема взята из С. Хайкена. Нейронные сети. Второе издание. С 522. [↑](#footnote-ref-3)
3. Математическая энциклопедия. — М.: Советская энциклопедия. И. М. Виноградов. 1977—1985 [↑](#footnote-ref-4)